Требования к проведению муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по МАТЕМАТИКЕ в 2018-2019 учебном году

1. Общие положения

1.1. Нормативная база

Требования по проведению муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике в 2018-2019 учебном году составлены на основании следующих нормативных документов:

- Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации № 1252 от 18 ноября 2013 «Об утверждении Порядка проведения Всероссийской олимпиады школьников» (с изменениями и дополнениями от 17 марта 2015 г., 17 декабря 2015 г., 17 ноября 2016 г.) (далее – Порядок);
- Методические рекомендации по проведению школьного и муниципального этапов всероссийской олимпиады школьников в 2018/2019 учебном году по математике (утверждены на заседании Центральной предметно-методической комиссии Всероссийской олимпиады школьников по математике, протокол № 2 от 13 июня 2018).

Анализ результатов муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников (далее – Олимпиада) позволяет сравнивать качество работы с учащимися в различных школах, устанавливать уровень подготовки учащихся всего региона, определять направления работы с одарёнными школьниками в регионе. Муниципальный этап Олимпиады является отборочным соревнованием, поскольку по его итогам из большого числа сильнейших школьников различных муниципальных образований формируется состав участников регионального этапа.

Основными задачами муниципального этапа Олимпиады являются формирование и закрепление интереса математически способных обучающихся к регулярным дополнительным занятиям математикой; повышение качества работы учителей математики в школах и развитие системы работы с одарёнными детьми в регионе, отбор наиболее способных школьников в каждом муниципальном образовании, формирование регионального списка наиболее одарённых учащихся.

1.2. Функции Организационного комитета

Организационный комитет Олимпиады (далее – Оргкомитет) выполняет следующие функции:

- определяет организационно-технологическую модель проведения муниципального этапа Олимпиады;
- обеспечивает организацию и проведение муниципального этапа Олимпиады в соответствии с утверждёнными организатором муниципального этапа Олимпиады (далее – Организатор). требованиями к проведению муниципального этапа Олимпиады по математике, Порядком и действующими на момент прове-

дения Олимпиады санитарно-эпидемиологическими требованиями к условиям и организации обучения в организациях, осуществляющих образовательную деятельность по образовательным программам основного общего и среднего общего образования:

– организует предусмотренные Олимпиадой состязания в строгом соответствии с настоящими требованиями;

– организует встречу, регистрацию, размещение участников Олимпиады и сопровождающих их лиц;

– обеспечивает помещения материально-техническими средствами в строгом соответствии с требованиями, разработанными Центральной предметно-методической комиссией;

– обеспечивает Жюри помещениями для работы, техническими средствами (ноутбук, принтер, ксерокс);

– инструктирует участников Олимпиады и сопровождающих их лиц;

– организует дежурство во время проведения туров Олимпиады и показа работ;

– рассматривает конфликтные ситуации, возникшие при проведении Олимпиады;

– организует совместно с Жюри проведение апелляций;

– рассматривает совместно с Жюри апелляции участников;

– оформляет дипломы победителей и призеров Олимпиады и направляет акт о приемке-передаче бланков дипломов в течение 10 дней после закрытия Олимпиады вместе с аналитическим отчетом об итогах Олимпиады в организационный комитет олимпиады следующего уровня;

– осуществляет информационную поддержку Олимпиады;

- осуществляет кодирование (обезличивание) олимпиадных работ участников муниципального этапа олимпиады (шифрует работы участников Олимпиады перед началом проверки Жюри и дешифрует их после завершения проверки);
- несёт ответственность за жизнь и здоровье участников олимпиады во время проведения муниципального этапа Олимпиады:

– обеспечивает полноценное питание;

– обеспечивает оказание медицинской помощи участникам и сопровождающим лицам в случае необходимости;

– обеспечивает безопасность участников, сопровождающих их лиц в период проведения Олимпиады.

1.3. Функции Жюри

Жюри Олимпиады выполняет следующие функции:

– изучает олимпиадные задания, подготовленные региональной предметно-методической комиссией;

– осуществляет контроль за работой участников во время Олимпиады, отвечает на вопросы участников по содержанию олимпиадных заданий;

– принимает для оценивания закодированные (обезличенные) олимпиадные работы участников Олимпиады;

– оценивает выполненные олимпиадные задания в соответствии с утверждёнными критериями и методиками оценивания выполненных олимпиадных заданий;

– проводит с участниками Олимпиады анализ олимпиадных заданий и их решений;

– осуществляет очно по запросу участника Олимпиады показ выполненных им олимпиадных заданий;

– представляет результаты Олимпиады её участникам;

– рассматривает очно апелляции участников олимпиады;

– определяет победителей и призеров олимпиады на основании рейтинга по каждой из параллелей и соответствии с квотой, установленной Организатором; при этом не требуется набора 50 процентов от максимально возможного количества баллов. Отметим, что в каждой из параллелей победителями могут стать несколько участников, а в случае равного количества баллов участников олимпиады, занесённых в итоговую таблицу, решение об увеличении квоты победителей и (или) призёров этапа олимпиады принимает Организатор;

– представляет Организатору Олимпиады результаты олимпиады, оформленные протоколом (приложение 4) для их утверждения;

– составляет и представляет Организатору аналитический отчёт о результатах выполнения олимпиадных заданий по математике.

2. Процедура проведения муниципального этапа Олимпиады

2.1. Общие положения

Муниципальный этап Олимпиады по математике проводится в один тур в очной форме.

В Олимпиаде принимают индивидуальное участие на добровольной основе обучающиеся 7-11 классов государственных, муниципальных и негосударственных образовательных организаций, реализующих образовательные программы основного общего и среднего общего образования.

В муниципальном этапе Олимпиады принимают участие участники школьного этапа Олимпиады текущего учебного года, набравшие необходимое для участия в муниципальном этапе Олимпиады количество баллов, установленное организатором муниципального этапа Олимпиады. Кроме того, участниками Олимпиады являются обучающиеся, ставшие победителями и призерами муниципального этапа Олимпиады предыдущего года, при условии, что они продолжают обучение в организациях, осуществляющих образовательную деятельность по образовательным программам основного общего и среднего общего образования. Также в олимпиаде могут принять участие учащиеся других параллелей, если они выступали на школьном этапе за более старшие классы по отношению к тем, в которых они проходят обучение, и прошли на последующий этап олимпиады по указанным выше критериям; при этом на муниципальном этапе они также выполняют задания для более старших классов.

Квота на участие в муниципальном этапе Олимпиады по математике определяется и устанавливается Организатором Олимпиады.

Рекомендуемая продолжительность олимпиады – 4 астрономических часа.

Задания олимпиады в каждом классе включают по 5 задач.

Задания каждой возрастной параллели составлены в одном варианте, поэтому участники должны сидеть по одному за столом (партой).

Олимпиада должна проходить как абсолютно объективное, беспристрастное и честное соревнование с высоким уровнем качества проверки работ участников и удобными условиями работы для участников.

2.2. Проведение олимпиадных туров

Число мест в классах (кабинетах) должно обеспечивать самостоятельное выполнение заданий Олимпиады каждым участником. Все рабочие места участников олимпиады должны обеспечивать им условия и соответствовать действующим на момент проведения олимпиады санитарно-эпидемиологическим правилам и нормам.

Проведению тура должен предшествовать инструктаж дежурных, на котором представитель Жюри знакомит их с порядком проведения Олимпиады, оформлением работ участниками, временем и формой подачи вопросов по содержанию заданий, информирует о продолжительности олимпиады, порядке подачи апелляций о несогласии с выставленными баллами, о случаях удаления с олимпиады, а также о времени и месте ознакомления с результатами олимпиады.

Дежурный по аудитории объявляет участникам регламент Олимпиады (о продолжительности олимпиады, порядке подачи апелляций о несогласии с выставленными баллами, о случаях удаления с олимпиады, а также о времени и месте ознакомления с результатами олимпиады), сверяет количество сидящих в аудитории с количеством участников в списках.

Перед началом олимпиады каждый участник обеспечивается листами с заданиями Олимпиады. Для выполнения заданий олимпиады каждому участнику требуется тетрадь в клетку. Рекомендуется выдача отдельных листов для черновиков (черновики не проверяются).

Перед началом тура участник заполняет титульный лист, указывая на нём свои данные. Категорически запрещается делать какие-либо записи, указывающие на авторство работы на беловых листах.

Необходимо указать на доске время начала и время окончания выполнения заданий.

Во время Олимпиады участники:

– должны соблюдать установленный порядок проведения Олимпиады;

– должны следовать указаниям организаторов;

– не имеют права общаться друг с другом, свободно перемещаться по аудитории;

– могут выходить из аудитории только в сопровождении дежурного, при этом выносить из аудитории задания и бланки ответом запрещается;

– не вправе пользоваться справочными материалами, средствами связи и электронно-вычислительной техникой.

В случае нарушения участником Олимпиады Порядка и (или) утверждённых требований к организации и проведению муниципального этапа Олимпиады по математике, представитель Организатора Олимпиады вправе удалить данного участника олимпиады из аудитории, составив акт об удалении участника олимпиады. Участники олимпиады, которые были удалены, лишаются права дальнейшего участия в олимпиаде по математике в текущем году.

Во время проведения олимпиады участники могут задавать вопросы по условиям задач один раз после начала тура по истечении 30 минут с момента начала. Ответы на вопросы индивидуально в форме устного объявления во всех аудиториях класса осуществляют члены Жюри Олимпиады.

По истечении времени, отведенного на выполнение задания (по желанию, досрочно), участники обязаны сдать тетради с ответами и задания Олимпиады дежурному и выйти из аудитории.

2.3. Порядок регистрации участников муниципального этапа Олимпиады

Все участники Олимпиады проходят в обязательном порядке процедуру регистрации.

Регистрация обучающихся для участия в Олимпиаде осуществляется Оргкомитетом перед началом проведения тура.

При регистрации представители Оргкомитета проверяют правомочность участия прибывших обучающихся в Олимпиаде и достоверность имеющейся в распоряжении Оргкомитета информации о них.

Документами, подтверждающими правомочность участия обучающихся в Олимпиаде, являются:

– заявка образовательного учреждения на участие в Олимпиаде;

– копия приказа директора образовательного учреждения о направлении обучающегося на муниципальный этап Олимпиады по математике и назначении сопровождающего лица;

– справка, выданная образовательным учреждением на участника;

– паспорт или свидетельство о рождении обучающегося;

– страховой медицинский полис (оригинал);

– медицинская справка на каждого участника с отметкой врача о допуске к участию в Олимпиаде;

– медицинская справка об эпидокружении.

По результатам регистрации информация о каждом участнике должна быть сверена с данными о нем, представленными в электронном банке данных участников муниципального этапа олимпиады школьников.

2.4. Перечень необходимого материально-технического обеспечения муниципального этапа Олимпиады

Тиражирование заданий осуществляется с учётом следующих параметров: листы бумаги формата А5 или А4, черно-белая печать. Допускается выписывание условий заданий на доску.

Для выполнения заданий олимпиады каждому участнику требуется тетрадь в клетку, в силу того, что на математических олимпиадах предлагаются задачи на разрезание фигур, задачи на клетчатых досках, задачи, требующие построения рисунков и графиков.

Рекомендуется выдача отдельных листов для черновиков (черновики не проверяются).

Участники используют свои письменные принадлежности: авторучка с синими, фиолетовыми или черными чернилами, циркуль, линейка, карандаши. Запрещено использование для записи решений ручек с красными или зелеными чернилами.

2.5. Перечень справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники, разрешенных к использованию во время проведения муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников

Выполнение заданий математических олимпиад не предполагает использование каких-либо справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.

Участникам во время проведения олимпиады запрещено иметь при себе любые электронные вычислительные устройства или средства связи (в том числе и в выключенном виде), учебники, справочные пособия.

2.6. Процедура шифрования, дешифрования и оценивания выполненных заданий

Для шифрования и дешифрования работ Оргкомитетом создается специальная комиссия в количестве не менее двух человек: по одному на каждый класс и председателя шифровальной комиссии.

Председатель осуществляет связь между шифровальной комиссией и представителем Жюри. После окончания олимпиады работы участников отдельно по каждому классу передаются шифровальной комиссии на шифровку. На титульном листе пишется соответствующий шифр, указывающий номер класса и номер работы (7-01, 7-02, …, 11-01, 11-02, …), который дублируется на первой (беловой) странице работы. После этого титульный лист снимается. Все страницы работы, содержащие указание на авторство этой работы, при шифровке изымаются и проверке не подлежат.

Все титульные листы (отдельно для каждого класса) отдаются председателю шифровальной комиссии, который помещает их в сейф и хранит там до конца проверки.

Расшифровка работ осуществляется **после** составления предварительной итоговой таблицы и предварительного определения победителей и призеров олимпиады.

Работа по шифрованию, проверке и процедуре внесения баллов в компьютер должна быть организована так, чтобы любая информация о рейтинге любого участника Олимпиады была доступна только члену шифровальной комиссии по классу и председателю комиссии.

Решение каждой задачи оценивается Жюри в соответствии с критериями и методикой оценки, разработанной региональной предметно-методической комиссией. Жюри рассматривает записи решений, приведенные в чистовике. Черновик не рассматривается.

Для координации работы по проверке выполнения участниками заданий председатель Жюри в каждом классе назначает из числа членов Жюри своего заместителя – куратора класса.

Количественный состав Жюри определяется из расчета: два члена Жюри на проверку одной задачи. По каждой задаче работа каждого участника должна быть оценена двумя членами Жюри, закрепленными за этой задачей. В случае расхождения их оценок вопрос об окончательном определении баллов, выставляемых за решение указанной задачи, определяется председателем Жюри или куратором класса.

Результаты проверки всех работ участников Олимпиады члены Жюри заносят в итоговую таблицу ведомости оценивания работ участников Олимпиады (приложение 1).

2.7. Процедура разбора заданий олимпиады

Основная цель процедуры разбора заданий – знакомство участников Олимпиады с основными идеями решения каждого из предложенных заданий, а также с типичными ошибками, допущенными участниками Олимпиады при выполнении заданий, знакомство с критериями оценивания.

В процессе проведения разбора заданий участники Олимпиады должны получить всю необходимую информацию по поводу объективности оценки их работ, что тем самым, приводит к уменьшению числа необоснованных апелляций по результатам проверки решений.

Разбор олимпиадных заданий и анализ выполненных заданий проводится после их проверки и анализа, но до проведения процедуры показа работ.

Разбор олимпиадных заданий муниципального этапа может быть организован очно и (или) через сеть Интернет, путем размещения ответов на задания (решения заданий) на сайте оргкомитета или размещением записи произведенного разбора представителем жюри муниципального этапа.

В ходе разбора заданий представители Жюри подробно объясняют критерии оценивания каждого из заданий и дают общую оценку по итогам выполнения заданий. Кроме того, возможно представление наиболее удачных вариантов выполнения олимпиадных заданий, анализ типичных ошибок, допущенных участниками Олимпиады, пояснение критериев выставления оценок при неполных решениях или при решениях, содержащих ошибки.

В отдельных случаях допускается очное проведение разбора заданий сразу по окончании тура. В этом случае представители Жюри подробно объясняют критерии оценивания каждого из заданий, а также приводят возможные варианты решения заданий. При этом для проведения разбора необходимы отдельные помещения для каждого класса, обеспеченные доской, вмещающие всех участников и сопровождающих лиц по данному классу.

2.8. Процедура показа олимпиадных работ

После опубликования предварительных результатов проверки олимпиадных работ Участники имеют право ознакомиться со своими работами.

Во время показа работ каждый участник знакомится с оценками, выставленными Жюри за каждое задание и с замечаниями по решениям задач, приведённым в его работе.

Участник имеет право задать членам Жюри вопросы по оценке приведенных им решений задач, в том числе сообщить о своем несогласии с выставленными баллами. В этом случае Председатель жюри Олимпиады назначает члена жюри для повторного рассмотрения работы. При этом оценка по работе может быть изменена на данном этапе без проведения процедуры апелляции, если запрос Участника об изменении оценки признается обоснованным. Жюри олимпиады не вправе отказывать участнику олимпиады в исправлении оценки его работы в ситуации, когда реально требуется ее повышение. Изменение оценки согласуется с Председателем жюри, оформляется протоколом и вносится в итоговую таблицу.

Работы участников хранятся Оргкомитетом Олимпиады в течение одного года с момента её окончания.

2.9. Порядок проведения апелляции

В целях обеспечения права на объективное оценивание работы участники олимпиады вправе подать в письменной форме апелляцию о несогласии с выставленными баллами в Жюри муниципального этапа олимпиады.

Участник олимпиады перед подачей апелляции вправе убедиться в том, что его работа проверена и оценена в соответствии с установленными критериями и методикой оценивания выполненных олимпиадных заданий.

Апелляции участников Олимпиады рассматриваются Жюри совместно с Оргкомитетом. Для проведения апелляции Оргкомитет Олимпиады создает апелляционную комиссию из членов жюри (не менее трех человек).

Порядок проведения апелляции доводится до сведения участников Олимпиады, сопровождающих их лиц перед началом проведения Олимпиады.

Для проведения апелляции участник Олимпиады подает письменное заявление. Заявление на апелляцию принимается в отведенное Организатором время после окончания показа работ на имя председателя Жюри в установленной форме (приложение 2).

При рассмотрении апелляции обязательно присутствует участник Олимпиады, подавший заявление, имеющий при себе документ, удостоверяющий личность.

Рассмотрение апелляции проводится в спокойной и доброжелательной обстановке.

Апелляция участника Олимпиады рассматривается строго в день, объявленный Организатором Олимпиады.

По результатам рассмотрения апелляции выносится одно из следующих решений:

– об отклонении апелляции и сохранении выставленных баллов;

– об удовлетворении апелляции и корректировки баллов.

Критерии и методика оценивания олимпиадных заданий не могут быть предметом апелляции и пересмотру не подлежат.

Решения по апелляции принимаются простым большинством голосов. В случае равенства голосов председатель Жюри имеет право решающего голоса.

Решения по апелляции являются окончательными и пересмотру не подлежат.

Проведение апелляции оформляется протоколами (приложение 3), которые подписываются членами Жюри и Оргкомитета.

Протоколы проведения апелляции передаются председателю Жюри для внесения соответствующих изменений в протокол и отчётную документацию.

Документами по проведению апелляции являются:

– письменные заявления об апелляциях участников Олимпиады;

– журнал (листы) регистрации апелляций;

– протоколы проведения апелляции, которые хранятся в органе исполнительной власти субъекта Российской Федерации в сфере образования в течение 5 лет.

2.10. Порядок подведения итогов Олимпиады

Индивидуальные результаты участников муниципального этапа Олимпиады с указанием сведений об участниках (фамилия, инициалы, класс, количество баллов, учебное заведение, город (регион)) заносятся в рейтинговую таблицу результатов участников муниципального этапа Олимпиады по математике, представляющую собой ранжированный список участников, расположенных по мере убывания набранных ими баллов (итоговый балл каждого участника подсчитывается как сумма баллов за выполнение всех заданий). Участники с равным количеством баллов располагаются в алфавитном порядке.

На основании итоговой таблицы и в соответствии с квотой, установленной Организатором муниципального этапа Олимпиады определяются победители и призеры муниципального этапа Олимпиады. Отметим, что в каждой из параллелей победителями могут стать несколько участников.

Окончательные итоги Олимпиады подводятся на заключительном заседании Жюри после завершения процедуры рассмотрения всех поданных участниками апелляций.

Документом, фиксирующим итоговые результаты муниципального этапа Олимпиады, является протокол Жюри муниципального этапа, подписанный его председателем, а также всеми членами Жюри (приложение 4).

Председатель жюри передает протокол по определению победителей и призеров в Оргкомитет для подготовки приказа об итогах муниципального этапа Олимпиады.

Список всех участников Олимпиады с указанием набранных ими баллов и типом полученного диплома (победителя или призера) заверяется председателем Оргкомитета Олимпиады.

Официальным объявлением итогов Олимпиады считается вывешенная на всеобщее обозрение в месте проведения Олимпиады итоговая таблица результатов выполнения олимпиадных заданий, заверенная подписями председателя и членов жюри или итоговая таблица, размещенная в сети Интернета на сайте Оргкомитета.

3. Структура туров по классам, принципы составления олимпиадных заданий и формирования комплектов олимпиадных заданий

3.1. Общие положения

Задания муниципального этапа олимпиады удовлетворяют следующим требованиям:

1. Задания должны носить творческий характер и проверять не степень усвоения участником олимпиады различных разделов школьной математики, а его способность к нахождению решений новых для него задач. Большая часть заданий должна включать в себя элементы (научного) творчества.

2. В задания нельзя включать задачи по разделам математики, не изученным хотя бы по одному из базовых учебников по математике, алгебре и геометрии в соответствующем классе к моменту проведения олимпиады.

3. Задания олимпиады должны быть различной сложности для того, чтобы, с одной стороны, предоставить большинству Участников возможность выполнить наиболее простые из них, с другой стороны, достичь одной из основных целей олимпиады – определения наиболее способных Участников. Желательно, чтобы с первым заданием успешно справлялись около 70% участников, со вторым – около 50%, с третьим –20%-30%, а с последними – лучшие из участников олимпиады.

4. В задания должны включаться задачи, имеющие привлекательные, запоминающиеся формулировки.

5. Формулировки задач должны быть корректными, четкими и понятными для участников. Задания не должны допускать неоднозначности трактовки условий. Задания не должны включать термины и понятия, не знакомые учащимся данной возрастной категории.

6. Желательно составление заданий олимпиады из новых задач, специально подготовленных методической комиссией для олимпиады. В случае, если задания олимпиады подбираются из печатных изданий и Интернет-ресурсов, необходимо, чтобы эти источники были неизвестны участникам Олимпиады. При этом задания олимпиады не должны составляться на основе одного источника, с целью уменьшения риска знакомства одного или нескольких ее участников со всеми задачами, включенными в вариант. Олимпиада должна выявлять не энциклопедичность знаний Участника, а его математические способности.

3.2. Критерии и методики оценивания выполнения олимпиадных заданий

Для повышения качества проверки обязательным является требование двух независимых проверок каждого решения.

Наилучшим образом зарекомендовала себя на математических олимпиадах 7-балльная шкала, действующая на всех математических соревнованиях от начального уровня до Международной математической олимпиады. Каждая задача оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Баллы	*Правильность (ошибочность) решения*
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев.

2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты.

Олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении.

Баллы не выставляются «за старание Участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи.

Победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов, поэтому не следует в обязательном порядке «разводить по местам» лучших участников олимпиады.

3.3.Примеры заданий муниципального этапа с решениями

(задания муниципального этапа Олимпиады 2017 года)

7 КЛАСС

7.1. *Найдите все такие пары натуральных чисел, что разность их квадратов равна 2017.*

Ответ. (1009; 1008).

Решение. $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$.

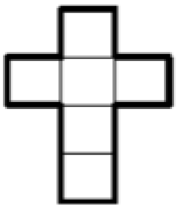
Так как произведение равно простому числу *2017*, то больший множитель равен *2017*, а меньший - 1. Итак, $x - y = 1$, $x + y = 2017$, откуда $x = 1009$, $y = 1008$.

7.2. В Хогвартсе на курсе по ясновидению учатся 17 учеников. За день перед экзаменом Дамблдор посадил их за круглый стол и спросил, кто сдаст экзамен. Про себя и двоих своих соседей справа и слева все промолчали, а про всех остальных заявили: "Никто из этих 14 экзамен не сдаст!" По итогам все сдавшие экзамен угадали, а все остальные ученики ошиблись. Сколько учащихся сдали экзамен?

Ответ. Два ученика.

Решение. Предположим, что никто не сдаст экзамен. Тогда высказывание каждого ученика истинно. В этом случае все должны были сдать экзамен - противоречие. Значит, хотя бы один из учеников сдал экзамен. Он сказал правду, поэтому никто, кроме его соседей, экзамен не сдаст. Если оба соседа также остались без дипломов, то утверждение "Никто из этих 14 не получит!" для каждого из них истинно, но ведь они должны были ошибиться! Если же оба соседа сдали экзамен, то они оба ошиблись в своих высказываниях. Значит, только один из соседей мог сдать экзамен успешно. Действительно, в этом случае его высказывание истинно, а высказывание второго соседа -ложно.

7.3. На кубе на каждой грани записали числа от 1 до 6, причем суммы чисел на любых двух противоположных гранях оказались одинаковыми. Затем из этого куба получили развертку, показанную на рисунке, и посчитали суммы чисел в горизонтальной и вертикальной полосах. На какое наименьшее число эти две разности могут отличаться? Каким образом были расположены числа?



Решение. Заметим, что в указанной развёртке противоположными гранями являются крайние по горизонтали, а также первая и третья сверху по вертикали. Поэтому, независимо от расположения чисел на развёртке, разностью между суммами по вертикали и по горизонтали является число, записанное в нижнем квадрате. Следовательно, Васе надо разрезать кубик так, чтобы в этом квадрате была записана цифра 1. В этом случае на пересечении полос будет цифра 6, одна из пар (2, 5) и (3, 4) окажется на горизонтали, а другая - на вертикали, например, так, как показано на рисунке.

7.4. *Докажите, что, если $a + b + c = 9$, то $a^2 + b^2 + c^2 > 27$.*

Решение. Пусть $a + b + c = 9$. Тогда

$$81 = (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca <$$
$$< 3(a^2 + b^2 + c^2).$$

При переходе к неравенству использовался факт, что

$$a^2 + b^2 > 2ab.$$

7.5. Корабль «Победа» капитана Врунгеля сел на рифы, и в трюме образовалась течь. Сразу же включили насос, откачивающий воду, но через 10 минут уровень воды в трюме все равно поднялся на 20 см, и в помощь первому насосу включили второй насос той же мощности, и через 5 минут уровень воды понизился на 10 см, что позволило тут же заделать течь. За какое время насосы откачают остаток воды? (Временем ремонта пренебречь)

Ответ. За 5/4 минуты.

Решение. Уровень воды при одном включённом насосе и течи поднимался на 2 см/мин, а при включённых двух и течи - опускался на 2 см/мин. Значит, один насос откачивает 4 см/мин, а два насоса - 8 см/мин.

Тогда 10 : 8 = 5/4 (мин) - время, за которое два насоса откачают остаток воды.

8 КЛАСС

8.1. *Найдите все такие натуральные x и y, что:* $x^2 - y^2 = 51$.

Ответ. (26, 25), (10, 7).

Решение.

$$x^2 - y^2 = (x - y)(x + y) \text{ и } 51 = 17 \cdot 3 = 1 \cdot 51.$$

Имеем два случая.

1) $x - y = 1,\ x + y = 51$, откуда $x = 26,\ y = 25$.
2) $x - y = 3,\ x + y = 17$, откуда $x = 10,\ y = 7$.

8.2. *Докажите, что, если* $a + b + c = 9$, *то* $a^2 + b^2 + c^2 > 27$.

Решение. Пусть $a + b + c = 9$. Тогда

$$81 = (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca <$$
$$< 3(a^2 + b^2 + c^2)$$

(при переходе к неравенству использовался факт, что $a^2 + b^2 > 2ab$).

8.3. *У Аркаши есть планшет, который может проработать 6 часов при активном пользовании или 210 часов в режиме ожидания. Когда Аркаша сел в поезд, планшет был полностью заряжен, а в момент, когда он вышел из поезда, планшет полностью разрядился. Сколько времени провел Аркаша в поезде, если известно, что он активно пользовался планшетом ровно половину всего времени поездки?*

Ответ. 11 часов 40 минут.

Решение. Первый способ. За час разговора и час ожидания расходуется

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{210} = \frac{6}{35}$$

заряда. Значит, Аркаша ехал $2 \cdot \frac{35}{6} = \frac{35}{3}$ часа, то есть $11\frac{2}{3}$ - часа.

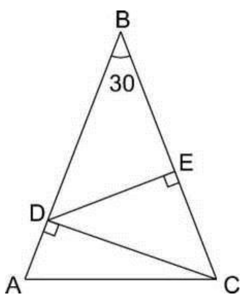
Второй способ. Если бы Аркаша говорил 210·6 часов и молчал 210·6 часов, то планшет бы полностью разрядился 210 + 6 = 216 раз. Так как на самом деле планшет разрядился один раз, Аркаша пользовался им $210 \cdot 6 : 216 = \frac{35}{6}$ часа и не пользовался столько же, то есть ехал он $\frac{35}{3} = 11\frac{2}{3}$ часа.

8.4. *В Хогвартсе на курсе по ясновидению учатся 17 учеников. За день перед экзаменом Дамблдор посадил их за круглый стол и спросил, кто сдаст экзамен. Про себя и двоих своих соседей справа и слева все промолчали, а про всех остальных заявили: "Никто из этих 14 экзамен не сдаст!" По итогам все сдавшие экзамен угадали, а все остальные ученики ошиблись. Сколько учащихся сдали экзамен?*

Ответ. Два ученика.

Решение. Предположим, что никто не сдаст экзамен. Тогда высказывание каждого ученика истинно. В этом случае все должны были сдать экзамен - противоречие. Значит, хотя бы один из учеников сдал экзамен. Он сказал правду, поэтому никто, кроме его соседей, экзамен не сдаст. Если оба соседа также остались без дипломов, то утверждение "Никто из этих 14 не получит!" для каждого из них истинно, но ведь они должны были ошибиться! Если же оба соседа сдали экзамен, то они оба ошиблись в своих высказываниях. Значит, только один из соседей мог сдать экзамен успешно. Действительно, в этом случае его высказывание истинно, а высказывание второго соседа -ложно.

8.5. *В треугольнике ABC: угол B равен 30°, AB = BC = 6. Проведены высота CD треугольника ABC и высота DE треугольника BDC. Найдите BE.*



Ответ. 4,5.

Решение. $DC = ½\ BC = 3$ (см. рис.). Кроме того, ∠DCB = 90° - ∠DBC = 60°, следовательно, $CE = 1/2\ DC = 1{,}5$. Таким образом, $BE = BC - CE = 4{,}5$.

9 КЛАСС

9.1. *Найдите все такие натуральные x и y, что:* $x^2 = 14 + y^2$.

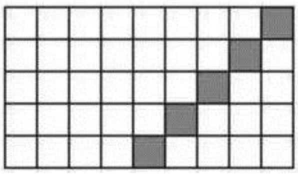
Ответ. Решений нет.

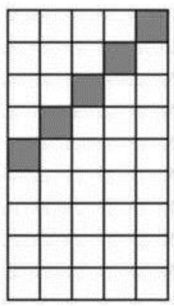
Решение. $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2 = 14$. Числа $x - y$ и $x + y$ одной чётности, поэтому их произведение либо нечётно, либо кратно 4. Противоречие.

9.2. *Даша и Аркаша придумали следующую игру. На клетчатой бумаге изображен прямоугольник 5 на 9 клеток. В левом нижнем углу расположена фишка. Даша и Аркаша по очереди сдвигают ее вправо или вверх на произвольное количество клеток, проиграет тот, у кого не останется ходов. Первый ход Аркаша уступил Даше. Кто выигрывает при правильной игре?*

Ответ. Выигрывает Даша.

Решение. Каждым своим ходом Даша ставит фишку на одну из клеток отмеченной диагонали (см. рисунок). Сережа своим ходом ее оттуда убирает. Поскольку они ходят только вправо или вверх, то когда-нибудь игра закончится.





Задачу можно также решать с конца при помощи анализа выигрышных и проигрышных позиций.

9.3. *Корнями уравнения $x^2 + bx + c = 0$ являются два действительных числа. Каждый его коэффициент (не исключая коэффициента перед x^2) увеличили на 1. Могло ли оказаться, что оба корня трёхчлена также увеличились на 1?*

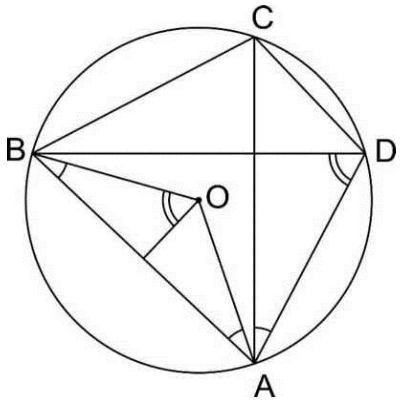
Ответ. Не могло.

Решение. Предположим, что это произошло. Пусть $x_1; x_2$ - корни уравнения $x^2 + bx + c = 0$. Тогда $x_1 + x_2 = - b$, $x_1x_2 = c$,

$x_1 + x_2+2=-b+1/2$, $(x_1 +1)(x_2+1)=c+1/2$.

Отсюда $b = 5$, $c= 9$. Стало быть, искомый трёхчлен, имеет вид $x^2 + 5x + 9$. Однако дискриминант этого трёхчлена отрицателен. Противоречие.

9.4. *Точки A, B, C, D отмечены на окружности, причем центр O окружности лежит внутри четырехугольника ABCD. Доказать, что, если $\angle BAO=\angle DAC$, то диагонали четырёхугольника перпендикулярны.*



Решение. Так как $\angle BAO=1/2(\pi - \angle AOB) = \pi/2 - \angle ADB$, то $\angle DAC + \angle ADB = \pi/2$, что равносильно утверждению задачи (см. рис.).

9.5. *На клетчатом листе бумаги Аркаша изобразил квадрат 8 на 8 клеток, 7 из которых закрашены. Далее Аркаша стал закрашивать только те клетки, которые граничат не менее чем с двумя другими, уже закрашенными. Докажите, что Аркаша не сможет закрасить весь квадрат.*

Решение. Рассмотрим границу закрашенной области (т.е. все отрезки длиной 1 между узлами, по одну сторону от которых закрашенные клетки, а по другую - нет). Вначале длина границы была не более $7 \cdot 4=28$. Нетрудно заметить, что при окрашивании граница не может увеличиваться. Но если бы все поле 8 на 8 в некоторый момент оказалось окрашенным, то длина границы стала бы равной 8•4=32, что противоречит соображениям, приведенным выше.

10 КЛАСС

10.1. *Уравнение $x^2 + ax + b = 0$ имеет одним из своих корней $x = 1 + \sqrt{2}$. Найдите a и b, если известно, что они рациональны.*

Ответ. $a = -2$, $b = -1$.

Решение. Подставляя в уравнение $x = 1 + \sqrt{2}$, приходим к равенству

$$(3 + a + b) + (a + 2)\sqrt{2} = 0.$$

Так как $\sqrt{2}$ - иррациональное число, то такое равенство возможно лишь в случае, когда $3 + a + b = 0$ и $a + 2 = 0$.

10.2. *Найдите все пары целых чисел a и b, что: $2017(a + b) = ab$.*

Ответ. $(2016; -2017^2 + 2017)$, $(2018; 2017^2 + 2017)$, $(0; 0)$, $(4034; 4034)$, $(-2017^2 + 2017; 2016)$, $(2017^2 + 2017; 2018)$.

Решение.

$$2017(a + b) = ab,$$
$$0 = ab - 2017a - 2017b,$$
$$2017^2 = ab - 2017a - 2017b + 2017^2,$$
$$2017^2 = (2017 - x)(2017 - y).$$

2017 - простое, поэтому 2017^2 имеет делители: $d = \pm 1$; ± 2017; $\pm 2017^2$. Составим 6 систем вида:

$$\begin{cases} 2017 - x = d, \\ 2017 - y = \dfrac{2017^2}{d}. \end{cases}$$

В результате получаем пары:

(2016; -2017^2 + 2017), (2018; 2017^2 + 2017), (0; 0), (4034; 4034),
(-2017^2 + 2017; 2016), (2017^2 + 2017; 2018).

10.3. *Докажите, что при $x \geq 0$ имеет место неравенство $10x^3 + 4 \geq 9x^2$.*

Решение. Используем неравенство Коши:

$$10x^3 + 3 = 9x^3 + x^3 + 3 \geq 3 \cdot \sqrt[3]{9x^3 \cdot x^3 \cdot 3} = 9x^2.$$

10.4. *Любые два города в некотором государстве соединены либо воздушным, либо железнодорожным транспортом. Аркаша страдает аэрофобией и никогда не летает, а Даша очень не любит поезда и предпочитает передвигаться только самолетами. Докажите, что кто-то из них сможет проложить маршрут между любыми двумя городами данной страны.*

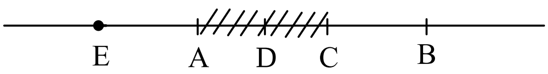
Решение. Пусть из некоторого города *A* нельзя попасть в некоторый город *B* по железной дороге. Рассмотрим множество *M* всех городов, в которые можно попасть из города *A* по железной дороге. Множество городов, не входящих в *M*, обозначим *N*. Множество *N* непусто, поскольку в нем содержится город *B*. Ясно, что из городов множества *M* нельзя попасть в города множества *N* по железной дороге. Докажем, что из каждого города в любой другой можно попасть авиарейсами.

Если один из городов принадлежит *M*, а другой - множеству *N*, то между ними есть прямая авиалиния.

Пусть два города принадлежат *M*. Тогда из первого города можно попасть авиарейсом в некоторый город множества *N*, а оттуда (также самолётом) - во второй город. Аналогично рассматривается случай, когда оба города принадлежат *N*.

10.5 *В отрезке находится несколько меньших отрезков, покрывающих его. У каждого из них отбросили половину: левую или правую. Докажите, что оставшиеся половины покрывают не менее трети длины исходного отрезка.*

Решение. Каждую оставшуюся половину (отрезочек) «растянем» в три раза (гомотетия с коэффициентом 3 и с центром в середине отрезочка), см.рис.



AB – один из исходных меньших отрезков, *AC* – его оставшаяся половина, *D* – середина *AC, EB* – «утроение» отрезка *AC*. Очевидно, отрезок *EB* содержит отрезок *AB*. Поэтому «утроения», вместе взятые, заведомо покрывают исходный отрезок, суммарная их длина не меньше длины всего отрезка. Ну, а суммарная длина втрое меньших половинок не менее трети длины исходного отрезка.

11 КЛАСС

11.1. *Даша и Аркаша нарисовали на листе бумаги несколько прямых и окружностей, разделив ими плоскость листа на несколько частей. В распоряжении Даши и Аркаши - карандаши двух цветов. Докажите, что они могут раскрасить получившиеся части в два цвета так, что никакие граничащие по ребру части не будут окрашены в один цвет.*

Решение. Доказательство проведем индукцией по общему числу прямых и окружностей. Для одной прямой или окружности утверждение очевидно. Предположим теперь, что можно раскрасить требуемым образом любую карту, заданную n прямыми и окружностями, и покажем, как тогда раскрасить карту, заданную $n + 1$ прямыми и окружностями. Выбросим одну из этих прямых (или окружностей) и раскрасим карту, заданную оставшимися n прямыми и окружностями. Затем цвета всех частей, лежащих по одну сторону от выброшенной прямой (или окружности), сохраним, а цвета всех частей, лежащих по другую сторону, заменим на противоположные.

11.2. *Докажите, что при $x \geq 0$ имеет место неравенство*

$$9x^4 - 8x^2 + 3 \geq 0.$$

Решение. Используем неравенство Коши:

$$9x^4 + 3 = 8x^4 + x^4 + 2 + 1 \geq 4\cdot \sqrt[4]{8x^4 \cdot x^4 \cdot 2 \cdot 1} = 8x^2.$$

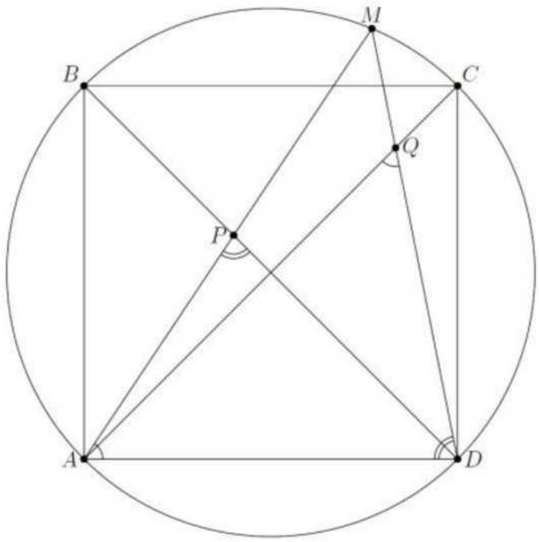
11.3. *Любые два города в некотором государстве соединены либо воздушным, либо железнодорожным транспортом. Аркаша страдает аэрофобией и никогда не летает, а Даша очень не любит поезда и предпочитает передвигаться только самолетами. Докажите, что кто-то из них сможет проложить маршрут между любыми двумя городами данной страны.*

Решение. Пусть из некоторого города A нельзя попасть в некоторый город B по железной дороге. Рассмотрим множество M всех городов, в которые можно попасть из города A по железной дороге. Множество городов, не входящих в M, обозначим N. Множество N непусто, поскольку в нем содержится город B. Ясно, что из городов множества M нельзя попасть в города множества N по железной дороге. Докажем, что из каждого города в любой другой можно попасть авиарейсами.

Если один из городов принадлежит M, а другой - множеству N, то между ними есть прямая авиалиния.

Пусть два города принадлежат M. Тогда из первого города можно попасть авиарейсом в некоторый город множества N, а оттуда (также самолётом) - во второй город. Аналогично рассматривается случай, когда оба города принадлежат N.

11.4. *Через вершины квадрата $ABCD$ проведена окружность. Точка M принадлежит дуге BC, прямая AM и DM пересекают BD и AC соответственно в точках P и Q. Докажите, что площадь квадрата $ABCD$ в два раза больше площади четырёхугольника $APQD$.*



Решение. Так как $\angle AMD = \angle ABD = 45° = \angle QAD$, то $\angle AQD = \angle AMD + \angle MAQ = \angle PAD$.

Аналогично $\angle APD = \angle ADQ$ (см. рис.). Следовательно, треугольники APD и QDA подобны, то есть

$2S_{APQD} = AQ \cdot PD = AD^2 = S_{ABCD}$.

11.5. *На доске записано некоторое количество чисел. Аркаша за один ход заменяет любые два из них (одновременно не равные нулю), скажем, x и y, на числа $x - y/2$ и $y + x/2$. Может ли Аркаша в итоге получить на доске исходные числа?*

Ответ. Нельзя.

Решение. Рассмотрим сумму квадратов чисел, выписанных на доске, и покажем, что эта сумма увеличивается. Этим будет обоснован отрицательный ответ на вопрос задачи. Возьмем сумму квадратов чисел $x - y/2$ и $y + x/2$, на которые были заменены числа x и y.

$$(x - \frac{y}{2})^2 + (y - \frac{x}{2})^2 = \left(x^2 - xy + \frac{y^2}{4}\right) + \left(y^2 + xy + \frac{x^2}{4}\right) = 5/4(x^2 + y^2).$$

Поскольку согласно условию числа x и y одновременно не равны нулю, сумма квадратов чисел $x - y/2$ и $y + x/2$ больше суммы квадратов чисел x и y. Итак, при каждой операции сумма квадратов чисел возрастает.

Председатель предметно-методической комиссии Е.В. Фролова

Члены предметно-методической комиссии Г.А. Воробьев, Подаев М.В.

Приложение 1

ФОРМА ВЕДОМОСТИ ОЦЕНИВАНИЯ РАБОТ УЧАСТНИКОВ ОЛИМПИАДЫ

5 класс

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Класс	Учебное заведение	Город, регион	Шифр	Количество баллов за каждое задание					Итоговый балл	Рейтинг (место)
								1	2	3	4	5		

6 класс

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Класс	Учебное заведение	Город, регион	Шифр	Количество баллов за каждое задание					Итоговый балл	Рейтинг (место)
								1	2	3	4	5		

7 класс

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Класс	Учебное заведение	Город, регион	Шифр	Количество баллов за каждое задание					Итоговый балл	Рейтинг (место)
								1	2	3	4	5		

8 класс

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Класс	Учебное заведение	Город, регион	Шифр	Количество баллов за каждое задание					Итоговый балл	Рейтинг (место)
								1	2	3	4	5		

9 класс

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Класс	Учебное заведение	Город, регион	Шифр	Количество баллов за каждое задание					Итоговый балл	Рейтинг (место)
								1	2	3	4	5		

10 класс

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Класс	Учебное заведение	Город, регион	Шифр	Количество баллов за каждое задание					Итоговый балл	Рейтинг (место)
								1	2	3	4	5		

11 класс

№ п/п	Фамилия	Имя	Отчество	Класс	Учебное заведение	Город, регион	Шифр	Количество баллов за каждое задание					Итоговый балл	Рейтинг (место)
								1	2	3	4	5		

Председатель Жюри

Ф.И.О. ______________________ Подпись ______________________

Члены Жюри

Ф.И.О. ______________________ Подпись ______________________

Ф.И.О. ______________________ Подпись ______________________

Секретарь

Ф.И.О. ______________________ Подпись ______________________

Приложение 2

ЗАЯВЛЕНИЕ УЧАСТНИКА ОЛИМПИАДЫ НА АПЕЛЛЯЦИЮ

Председателю жюри муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников
по математике ученика ____класса
_____________________ (полное название образовательного учреждения)
_________________ (фамилия, имя, отчество)

Заявление

Прошу Вас пересмотреть мою работу (*указывается олимпиадное задание*), так как я не согласен с выставленными мне баллами. (*Участник Олимпиады далее обосновывает свое заявление.)*

____
____
____
____
____
____
____

____
Дата

____
Подпись

Приложение 3

ПРОТОКОЛ № ____
рассмотрения апелляции участника муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике

____
(Ф.И.О. полностью)

ученика _______ класса
____
(полное название образовательного учреждения)
Место проведения ____
(субъект Федерации, город)
Дата и время ____
Присутствуют:
Члены Жюри: (указываются Ф.И.О. полностью).
Члены Оргкомитета: (указываются Ф.И.О. полностью).
Краткая запись разъяснений членов Жюри (по сути апелляции) _______________________
____
____
Результат апелляции:
1) оценка, выставленная участнику Олимпиады, оставлена без изменения;
2) оценка, выставленная участнику Олимпиады, изменена на _____________.

С результатом апелляции согласен (не согласен) ________ (подпись заявителя).

Члены Жюри

Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись

Члены Оргкомитета

Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись

Приложение 4

ПРОТОКОЛ № ____
заседания Жюри по определению победителей и призеров муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике

от «____» _______________ 201__ г.

На заседании присутствовали ____ членов Жюри, ______членов Оргкомитета.

Повестка: Подведение итогов муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике; утверждение списка победителей и призеров.

Выступили:

1. Председатель Жюри ______________________
2. Члены Жюри ______________________________
3. Члены Оргкомитета _____________________

Голосование членов Жюри:

«за» _____

«против»_____

Решение: утвердить список победителей и призеров муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников по математике (прилагается).

Председатель Жюри

Ф.И.О.	Подпись

Секретарь

Ф.И.О.	Подпись

Член Члены Жюри

Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись

Члены Оргкомитета

Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись
Ф.И.О.	Подпись